回路システム学第二（8）

2019.6.10

担当教官　山尾 泰

先週の学習項目

1. 2ポート回路の行列表示(2)

   - 行列の接続と合成
   - 行列間の関係

第2回レポートの回答

（1）図1のπ形回路のF行列を行列の定義にしたがって求めよ。

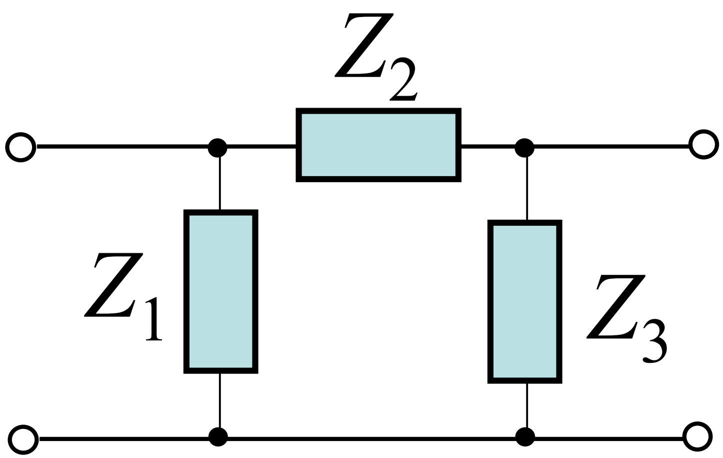
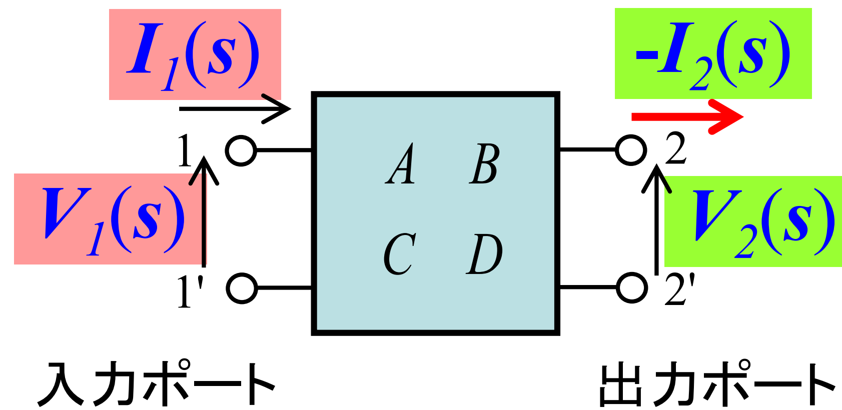


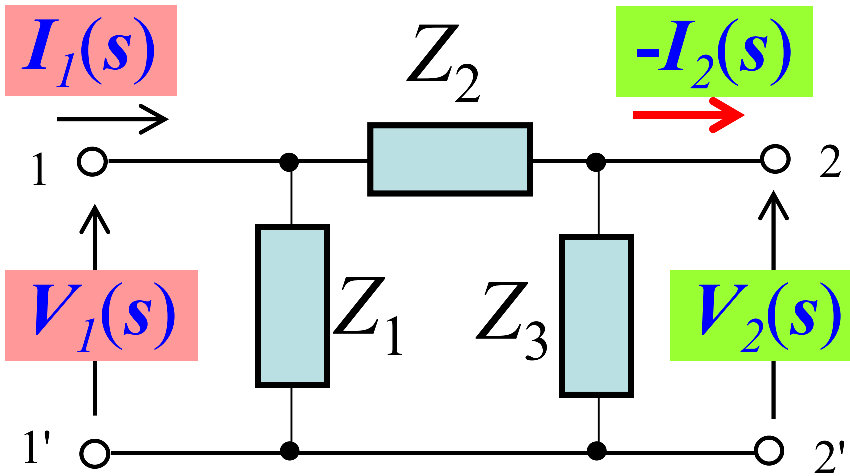
図1



$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2=0},\quad B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2=0},\quad D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$$

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_3}$$

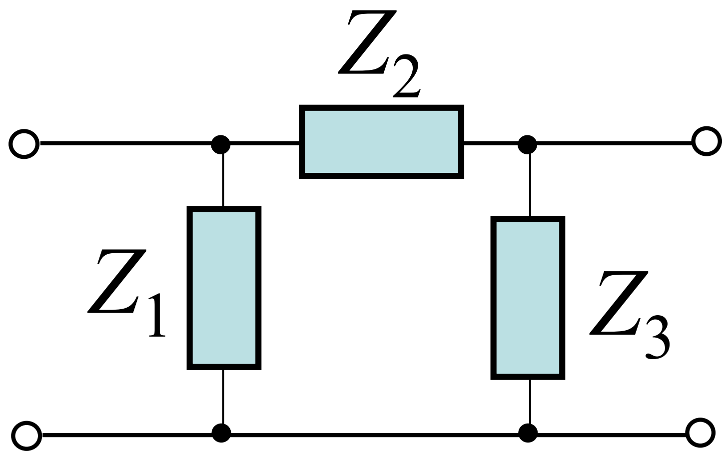


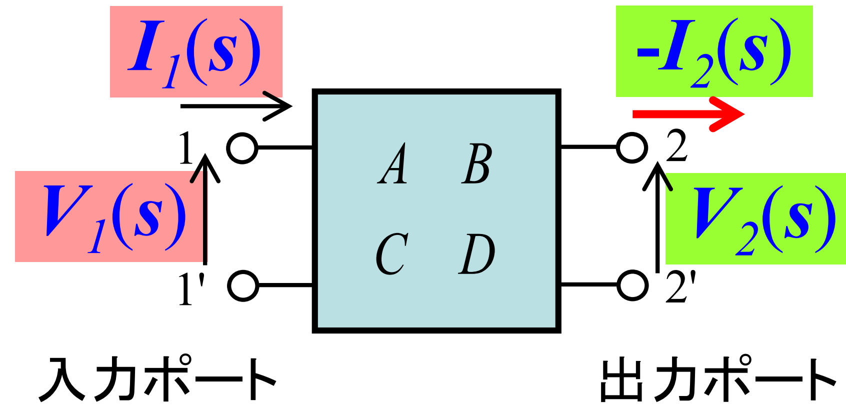
$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = Z_2$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = V_1\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2 + Z_3}\right) \Big/ \frac{Z_3 V_1}{Z_2 + Z_3}$$

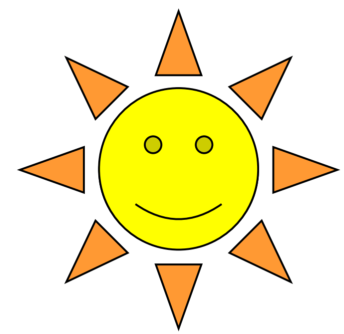
$$= \left(\frac{Z_2 + Z_3}{Z_1} + 1\right)\frac{1}{Z_3} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_3}$$

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = V_1\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) \Big/ \frac{V_1}{Z_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1}$$





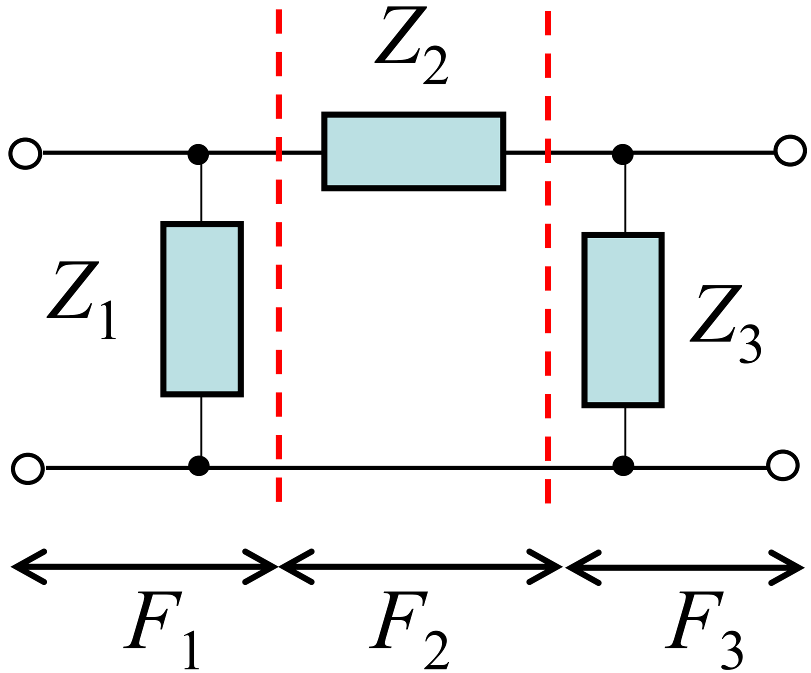
$$\therefore F = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{Z_2 + Z_3}{Z_3} & Z_2 \\ \dfrac{Z_1 + Z_2 + Z_3}{Z_1 Z_3} & \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$$



正　解

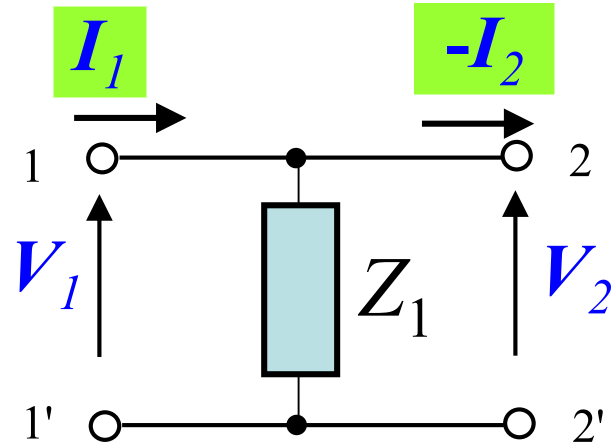
第2回レポートの回答（続き）

（2）図1のπ形回路をZ_1, Z_2, Z_3 の3部分回路に分割して、それぞれのF行列 $\boldsymbol{F_1, F_2, F_3}$ を求め，次にそれらの縦続接続として回路全体のF行列を求めよ。



$$F = F_1 F_2 F_3$$

（a）並列挿入素子による F 行列 F_1 は



$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = 1$$

$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 0$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = \frac{1}{Z_1}$$

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 1$$

$$\therefore F_1 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}$$

（続き）

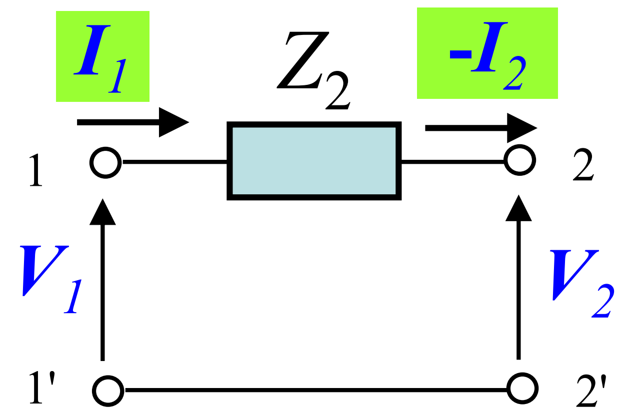
（b）直列挿入素子による F 行列 F_2 は

$$A = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = 1$$

$$B = \left.\frac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = Z_2$$

$$C = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{-I_2=0} = 0$$

$$D = \left.\frac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0} = 1$$



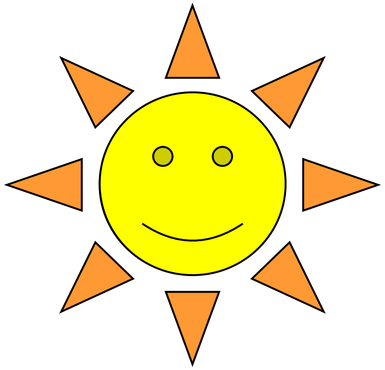
$$\therefore F_2 = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

（続き）

（c）よってπ形回路のF 行列は

$$F = F_1F_2F_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{Z_3} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ \dfrac{1}{Z_1} & \dfrac{Z_2}{Z_1}+1 \end{bmatrix} F_3$$

$$= \begin{bmatrix} \dfrac{Z_2+Z_3}{Z_3} & Z_2 \\ \dfrac{Z_1+Z_2+Z_3}{Z_1Z_3} & \dfrac{Z_1+Z_2}{Z_1} \end{bmatrix}$$



正　解

（1）図1のπ形回路のF行列を直接求めた結果に一致

今週の学習項目

1．2ポート回路の入出力インピーダンス

2．伝送減衰量／デシベル

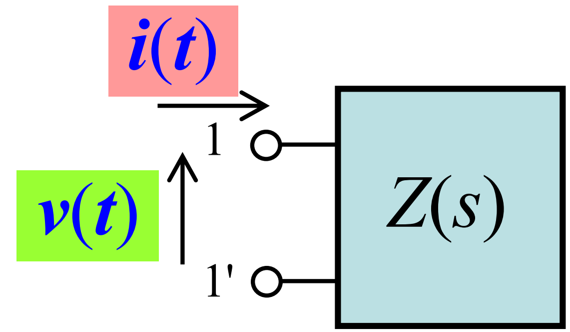
3．フィルタ

2ポート回路の
入出力インピーダンス

回路網の入力インピーダンス

1ポート回路

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)}$$

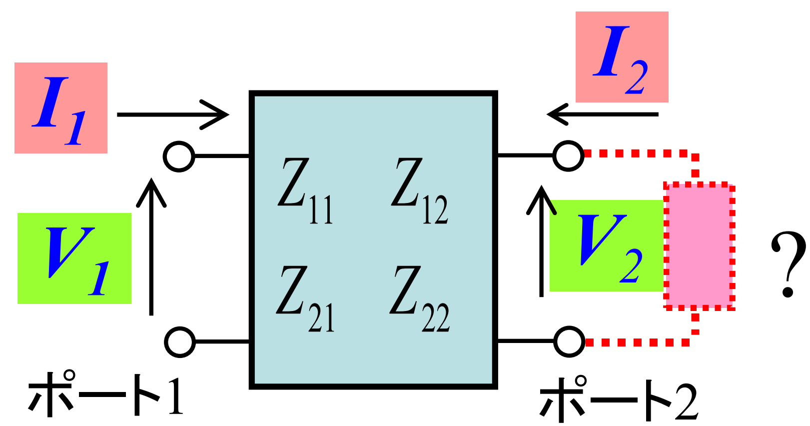


入力インピーダンス＝駆動点インピーダンス Z

2ポート回路

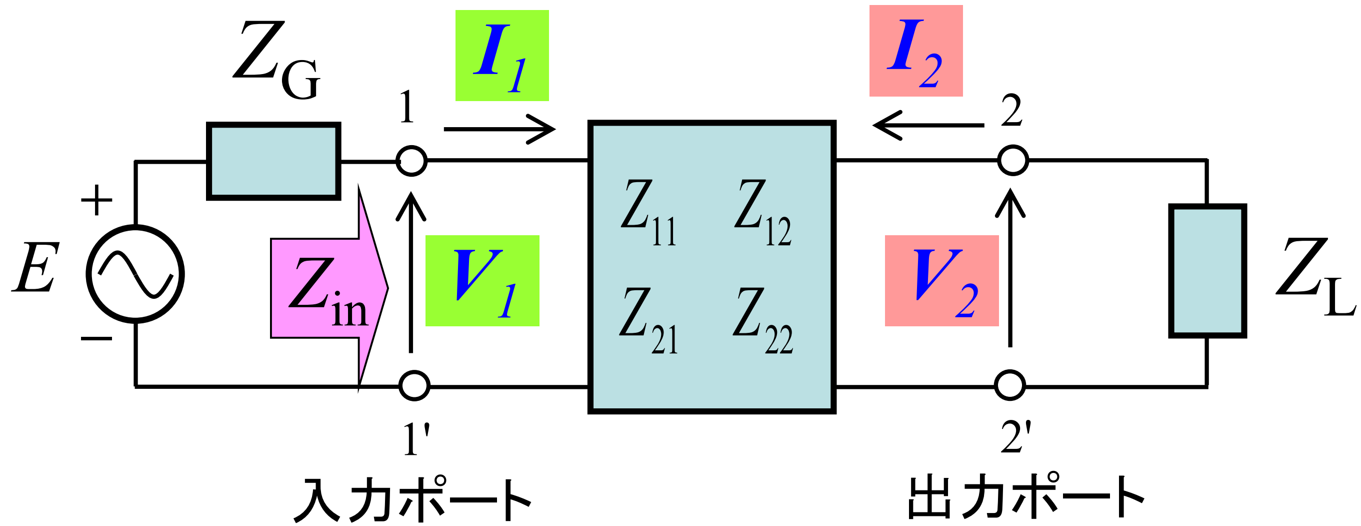
Z 行列

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ V_2 &= Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{aligned}\right\}$$



V_1 と I_1 の比はポート2に接続される素子に依存

2ポート回路の入力インピーダンス



ポート1に、内部インピーダンスZ_G を有する電圧源 E を接続し、
ポート2に、負荷インピーダンスZ_L を接続し、負荷に電力を供給する場合、

「回路を Z_G とZ_L で終端する」と言う

この場合、電源側から回路を見た入力インピーダンス Z_{in} は

（続き）

$$Z_{in} = \frac{1}{Y_{in}} = \frac{V_1}{I_1}$$

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$ から $$\frac{V_1}{I_1} = Z_{11} + Z_{12}\frac{I_2}{I_1}$$

Z行列の定義

一方、

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 = -Z_L I_2 \qquad \therefore \frac{I_2}{I_1} = \frac{-Z_{21}}{Z_{22}+Z_L}$$

したがって

$$\boxed{Z_{in} = Z_{11} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{22}+Z_L}}$$

と表せ、

負荷 Z_L の影響で入力インピーダンスは変化する

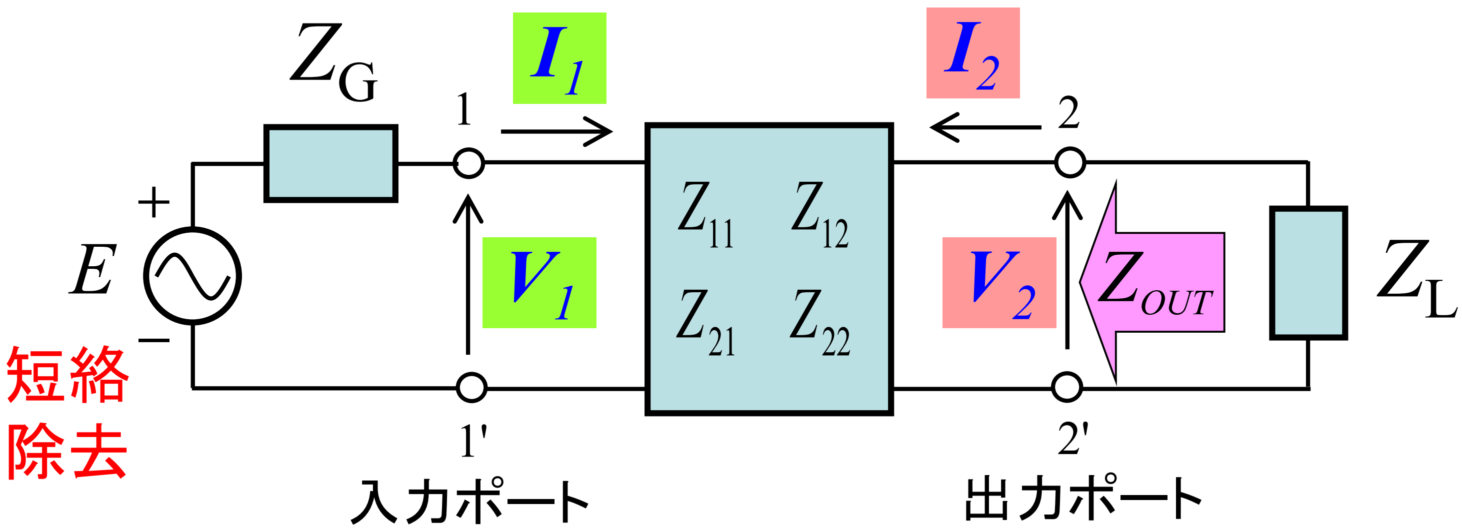
（続き）

同様にして　Y, h, Fパラメータとも　以下の関係がある

$$
\begin{cases}
Y_{in} = Y_{11} - \dfrac{Y_{12}Y_{21}}{Y_{22} + Y_L} \\[2ex]
Z_{in} = h_{11} - \dfrac{h_{12}h_{21}}{h_{22} + Y_L} \\[2ex]
Z_{in} = \dfrac{1}{Y_{in}} = \dfrac{AZ_L + B}{CZ_L + D}
\end{cases}
$$

2ポート回路の出力インピーダンス

電圧源を短絡除去し、負荷側から回路を見た出力インピーダンス
Z_{out} も同様にして求まる



$$Z_{out} = \frac{1}{Y_{out}} = \frac{V_2}{I_2}$$ より

$$\boxed{Z_{out} = Z_{22} - \frac{Z_{21}Z_{12}}{Z_{11} + Z_G}}$$

電源の内部インピーダンス Z_G の影響で、
出力インピーダンスは変化する

（続き）

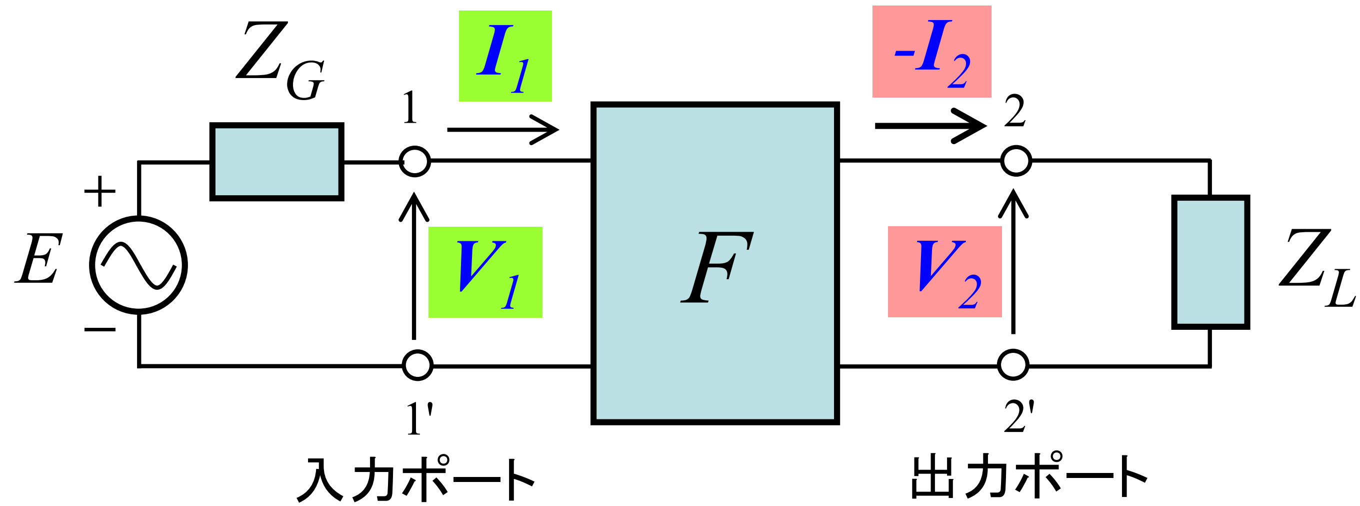
同様にして　Y, h, Fパラメータとも　以下の関係がある

$$\begin{cases} Y_{out} = Y_{22} - \dfrac{Y_{21}Y_{12}}{Y_{11} + Y_G} \\[2em] Y_{out} = h_{22} - \dfrac{h_{21}h_{12}}{h_{11} + Z_G} \\[2em] Z_{out} = \dfrac{1}{Y_{out}} = \dfrac{DZ_G + B}{CZ_G + A} \end{cases}$$

伝送減衰量／デシベル

伝送減衰量とデシベル表示

2ポート回路が終端されて電源から負荷へ電力が伝送されるとき、この回路を**伝送回路**という

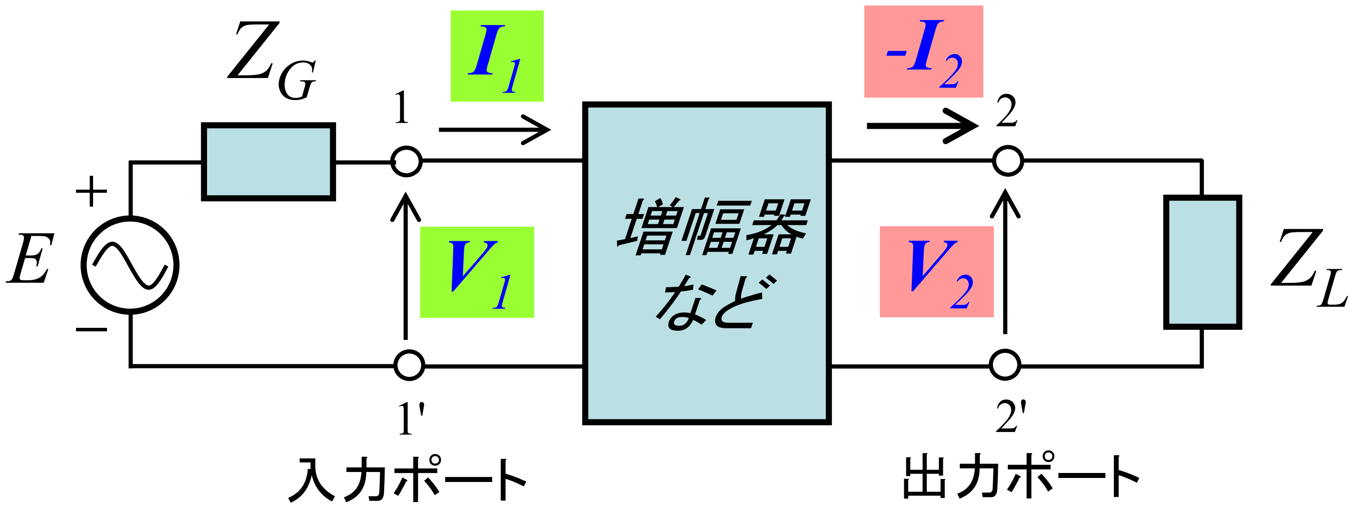


このとき入力電力と出力電力の比をとり、**対数表示**することで**伝送減衰量**を定義する

$$10\log_{10}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)=10\log_{10}\left(\frac{\left|\overline{V_1}I_1\right|}{\left|\overline{V_2}(-I_2)\right|}\right)\quad (\mathrm{dB})$$

伝送利得とデシベル表示

2ポート回路が受動素子のみからなる場合、回路の伝送減衰量は正の値となるが、増幅器など能動素子を含む場合、負の値となることがある



この場合、入力電力と出力電力の比を逆にとり、対数表示することで伝送利得を定義する

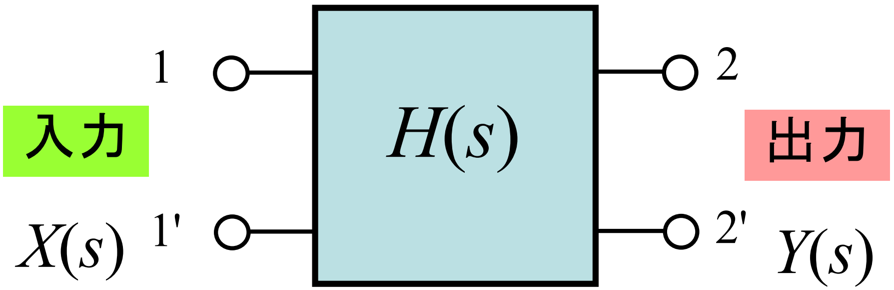
$$10\log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=10\log_{10}\left(\frac{\left|\overline{V_2}(-I_2)\right|}{\left|\overline{V_1}I_1\right|}\right)\quad(\mathrm{dB})$$

回路網関数・2ポート回路の応用
ーフィルターー

フィルタとは

フィルタ(filter)とは

特定の信号はなるべく損失なく負荷に伝送し、
それ以外の信号は減衰を与えて伝送しないように工夫した
2ポート回路である



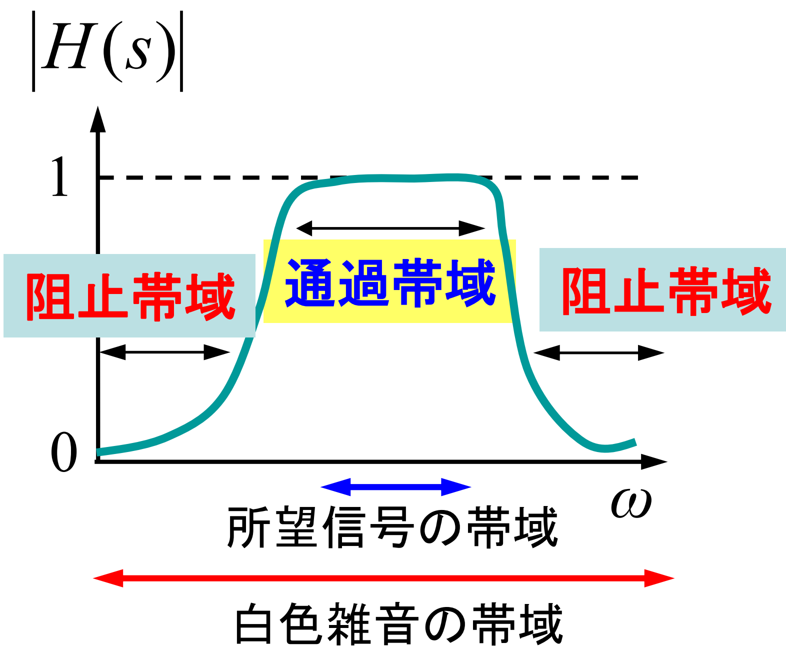
$s = j\omega$

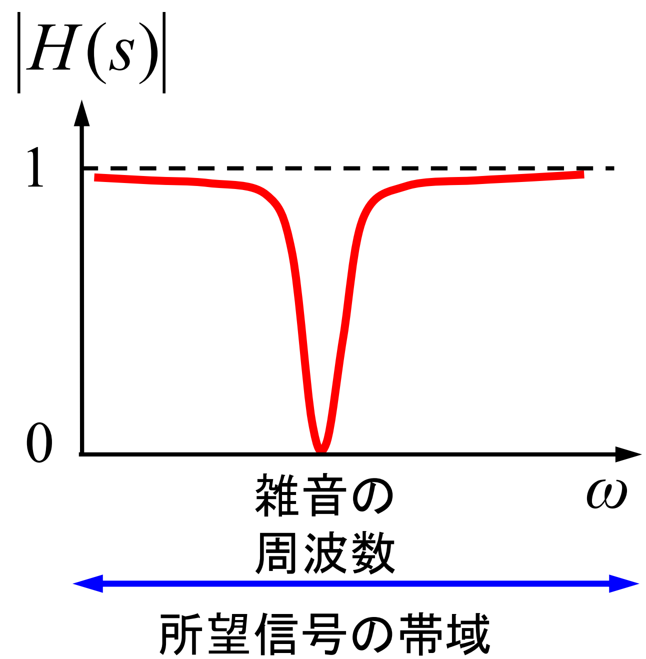
使用目的は、雑音や他の信号をできるだけ除去して希望する信号を取り出すこと

周波数領域設計

フィルタには周波数領域設計と時間領域設計がある

ある周波数範囲の信号のみを抜き出したり、特定の周波数の雑音を除去するためにフィルタを用いる場合、周波数領域での設計が適している。

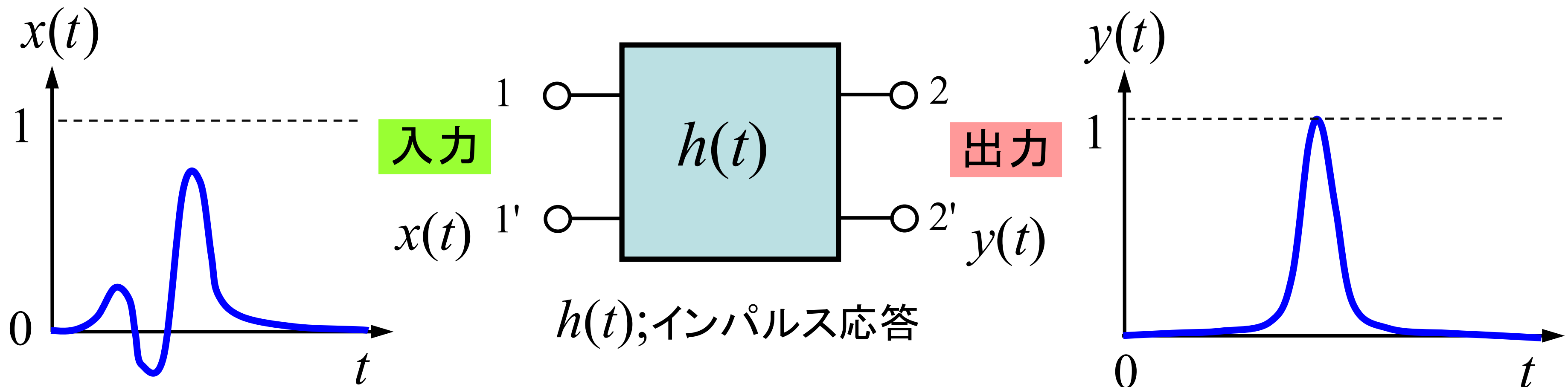




時間領域設計

一方、フィルタは時間領域で応答波形が所望の特性を得るように設計されることも可能である。

この場合、特定の入力信号に対してのみ所望の出力が得られる。
この場合、フィルタといわず、波形等化器と呼ばれることが多い。
ただし、回路網での時間領域設計は周波数領域設計に比べて困難であり、用途が限定される(デジタルフィルタの方が設計容易)



時間領域設計(波形等化器)

フィルタの種類(1)

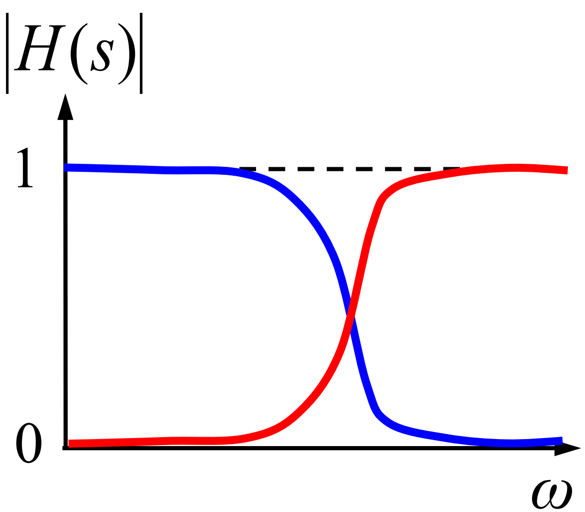
周波数領域設計に基づく代表的なフィルタの種類

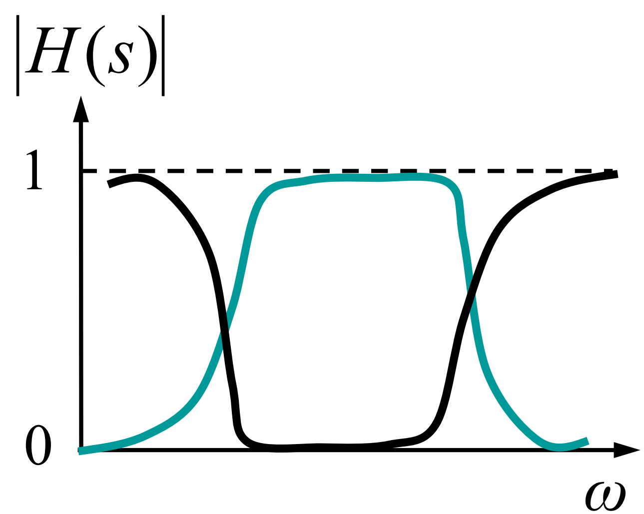
低域通過フィルタ（low-pass filter; LPF）

高域通過フィルタ（high-pass filter; HPF）

帯域通過フィルタ（band-pass filter; BPF）

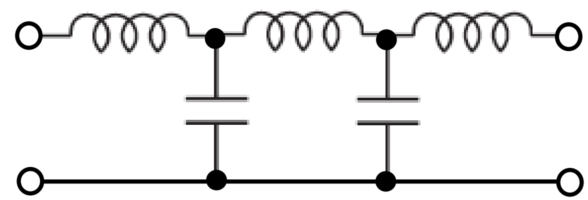
帯域除去フィルタ（band-elimination filter; BEF）



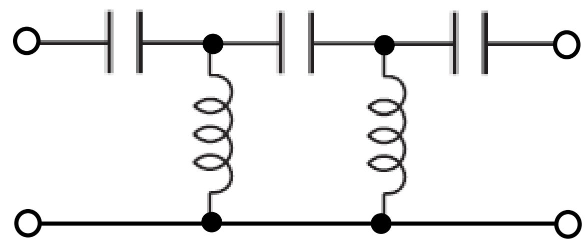


フィルタ回路の例

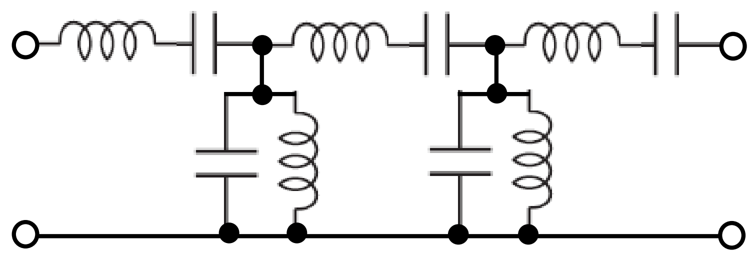
低域通過フィルタ



高域通過フィルタ



帯域通過フィルタ



急峻な周波数特性を得るには、**フィルタの次数**（伝達関数の分母または分子のs関数の次数のうち大きい方）を大きくする必要があり、回路素子数が増えるので、設計が複雑になる。→ **回路行列**